

# 基于经验正交函数和贝叶斯神经网络的水下声场预报研究

蒋方冰<sup>1,2</sup>, 吴金荣<sup>1,2,3</sup>, 侯倩男<sup>1,2</sup>, 张祚祥<sup>1,2,3</sup>, 莫亚泉<sup>1,2</sup>

(1. 中国科学院声学研究所, 北京 100190; 2. 中国科学院水声环境特性重点实验室, 北京 100190; 3. 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘要:**在水下声场预报中,数据驱动模型的预报精度主要取决于训练样本数对样本空间的覆盖程度。针对现有方法多局限于单一水文环境、且水文样本数量不足导致精度下降的问题,本文提出一种基于经验正交函数和贝叶斯神经网络的水下声场预报方法。利用经验正交函数有效降低声速剖面输入维度,并通过其系数组合生成覆盖多样化水文环境的样本集;进而借助具有强泛化能力的贝叶斯神经网络在部分数据空间内学习有效特征,预报变化水文条件下的声传播损失,并给出置信区间。结果表明:相较于传统神经网络,该方法在训练集范围内的预报误差更小,对未知数据的适应能力更强,且通过概率建模可实现端到端的不确定性量化,提升了数据驱动模型在复杂水文条件下的鲁棒性与可靠性。

**关键词:**经验正交函数;数据驱动模型;贝叶斯神经网络;声速剖面;水声传播损失;声场预报;不确定性量化;置信区间

DOI: 10.11990/jheu.202506011

网络出版地址: <https://link.cnki.net/urlid/23.1390.U.20250624.1033.035>

中图分类号: O427.1 文献标志码: A 文章编号: 1006-7043(2025)08-1508-08

## Underwater sound field prediction based on empirical orthogonal function and Bayesian neural network

JIANG Fangbing<sup>1,2</sup>, WU Jinrong<sup>1,2,3</sup>, HOU Qiannan<sup>1,2</sup>, ZHANG Zuoxiang<sup>1,2,3</sup>, MO Yaxiao<sup>1,2</sup>

(1. Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China; 2. Key Laboratory of Underwater Acoustic Environment, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China; 3. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** The accuracy of data-driven models for forecasting underwater acoustic fields primarily depends on the sample space covered by the training sample. To address the limitations of existing methods, which are often confined to single sound speed profiles (SSPs) and suffer from accuracy loss due to insufficient SSP samples, this study proposes a method employing an empirical orthogonal function and Bayesian neural network (EOF-BNN). First, the input dimension of the SSPs is effectively reduced using the EOF, generating diverse SSP samples via coefficient combinations. The method then employs a BNN with strong generalization ability to learn effective features from limited data, forecasting acoustic transmission loss under varying SSP conditions while providing confidence intervals. Compared with the traditional neural network, this method has smaller prediction error in the training set range, better adaptability to unknown data, and end-to-end uncertainty quantification through probabilistic modeling, which improves the robustness and reliability of data-driven models under complex hydrological conditions.

**Keywords:** empirical orthogonal function; data-driven modeling; Bayesian neural network; sound speed profile; hydroacoustic transmission loss; sound field forecasting; uncertainty quantification; confidence interval

声波作为水下远距离信息传输的关键载体,在

水下远程预警和探测中发挥着不可或缺的作用<sup>[1]</sup>。海洋环境因素(如海面、水文和海底声学参数)影响声线的传播过程,导致声场时空特性复杂。传统声场计算方法(如简正波、射线和抛物方程等)依赖于求解复杂的数理方程,存在计算复杂、耗时较长的问题。

收稿日期: 2025-06-06.

网络出版日期: 2025-06-24.

基金项目: 国家自然科学基金项目(11974375).

作者简介: 蒋方冰,女,助理工程师;

吴金荣,男,研究员,博士生导师.

通信作者: 吴金荣, E-mail: wujinrong@mail.ioa.ac.cn.

题。相比之下,数据驱动方法仅需对样本数据进行建模即可快速预报水下声场。近年来,这些方法在水声研究中的应用受到广泛关注<sup>[2-8]</sup>。

全连接神经网络 (fully connected neural network, FCNN) 具有强大的非线性拟合能力,因其高效性被广泛应用。例如,McCarthy 等<sup>[5]</sup>利用 FCNN 等模型计算高频传播损失,预测自主水下航行器 (autonomous underwater vehicle, AUV) 最佳通信范围。Li 等<sup>[6]</sup>基于声波方程射线解构建神经元实现高频声场建模;Yoon 等<sup>[7]</sup>结合平滑包络函数和声压场偏微分方程,提升未测压力场的预报精度;Duan 等<sup>[8]</sup>针对神经网络存在依赖大量先验环境知识且表示能力有限的问题,提出了空间域分解思想。

然而,当前多数水声数据驱动的成果主要聚焦于特定海洋环境下的水下声场建模,较少考虑声速剖面 (sound speed profile, SSP) 的变化特性。若直接将声速剖面作为模型输入将面临双重挑战:1) 模型训练需要足量观测样本,但现有样本难以覆盖其短期和季节性变化;2) 声速剖面作为高维度的输入数据,会显著增加数据生成与模型迭代周期。经验正交函数 (empirical orthogonal function, EOF) 通过特征分解提取主要模态,可将高维数据降至低维。学者研究证实了 EOF 表示 SSP 的可行性<sup>[9-11]</sup>。因此本文引入 EOF 降低模型输入维度,并通过线性组合生成大量声速剖面样本,用于训练。

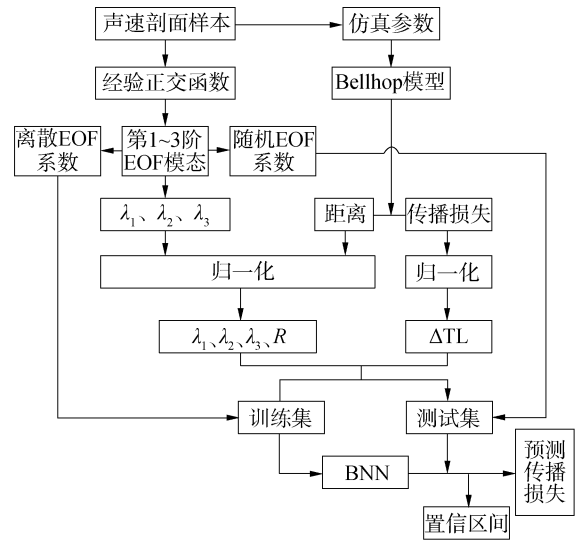
海洋环境兼具季节性变化与随机扰动特性,传统神经网络仅提供单一预报值,可能导致误差随环境波动增大。贝叶斯神经网络 (Bayesian neural network, BNN) 的概率建模特性可为该问题提供新的解决方案。BNN 理论框架<sup>[12]</sup>将模型参数视为随机变量,用贝叶斯推断将预测不确定性编码于参数后验分布;Blundell 等<sup>[13]</sup>采用变分推断策略,在保持 BNN 计算精度的同时显著降低计算复杂度。针对船舶水下辐射噪声的多变量耦合问题,黄欣等<sup>[14]</sup>通过贝叶斯正则化约束 BP 神经网络的权重分布,抑制过拟合,使模型在 10~2 kHz 频段的预报误差在 3 dB 以内。

针对不同水文环境下的声场差异,本文将 BNN 应用于水下声场预报,通过在有限 EOF 重构样本上训练,BNN 学习声速剖面 EOF 系数与声传播损失之间的概率映射关系,实现确定性预报与不确定性量化的端到端输出。本文通过仿真实验验证了该方法的有效性。

## 1 基于经验正交函数和贝叶斯神经网络的水下声场预报

本文提出了水下声场预报模型构建流程。采用

EOF 方法进行特征提取与降维,选取前 3 阶 EOF 系数有效表征声速剖面的关键信息。利用部分离散的 EOF 系数构建训练数据集,通过训练 BNN 学习该数据空间的先验知识,并迁移至随机 EOF 系数场景,实现水下声场的预报。具体流程如图 1 所示。



注:图中  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  为声速剖面样本的第 1~3 阶 EOF 模态系数,  $R$  为接收距离,  $\Delta TL$  为传播损失的相对偏移量。

图 1 构建水下声场预报模型流程

Fig. 1 Process for forecasting underwater acoustic field

本文将从数据特征提取、声场数据仿真、数据归一化、数据集划分及模型训练 5 个方面,系统阐述具体实现过程。

### 1.1 数据特征提取

在海洋声学领域,EOF 常被用作基函数,利用其前几阶主要模态即可较准确表征声速剖面。具体步骤为:获取一段时间内  $N$  条声速剖面数据,定义标准层的深度,确保所有声速剖面数据在深度上对齐。随后,将这些数据整合为一个矩阵  $C_{M \times N}$ :

$$C_{M \times N} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1N} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2N} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ c_{M1} & c_{M2} & \cdots & c_{MN} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中矩阵的每一列表示一个声速剖面的标准层插值,每一行表示所有剖面在同一深度的声速值。对  $N$  条声速剖面的每一行取平均:

$$\bar{C}_{M \times 1} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N c_{(i)} \quad (2)$$

进一步扩展得到平均声速矩阵  $\bar{C}_{M \times N}$ ,并与声速矩阵相减,得到声速剖面扰动矩阵  $\Delta C_{M \times N}$ :

$$\Delta C_{M \times N} = C_{M \times N} - \bar{C}_{M \times N} \quad (3)$$

扰动矩阵的协方差矩阵为:

$$R_{M \times M} = \frac{\Delta C_{M \times N} \Delta C_{M \times N}^T}{N - 1} \quad (4)$$

对协方差矩阵  $R_{M \times M}$  进行特征分解,得到:

$$R_{M \times M} = F_{M \times M} D_{M \times M} F_{M \times M}^T \quad (5)$$

式中:  $D_{M \times M}$  为特征值矩阵;特征值  $\lambda_i$  从大到小排列,得到  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_M$ :

$$D_{M \times M} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M) \quad (6)$$

式中:  $F_{M \times M}$  为特征值对应的特征向量矩阵,即 EOF 空间函数:

$$F_{M \times N} = [f_1 f_2 \dots f_k] \quad (7)$$

式中:  $f_k (k = 1, 2, \dots, M)$  为  $M \times 1$  的列向量,表示第  $k$  阶 EOF 特征向量,其对应的特征值为  $\lambda_k$ 。随后,用前  $K$  阶 EOF 可重构测量区域内声速剖面:

$$c(z) = \bar{c}(z) + \sum_{i=1}^K a_i f_i(z), \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (8)$$

式中:  $c(z)$  为重构的声速剖面,  $z$  为各层海水深度,  $\bar{c}(z)$  为平均声速;  $K$  为 EOF 阶次;  $a_i$  为重构系数;  $f_i(z)$  为 EOF 空间函数。重构系数矩阵  $A_{K \times N}$  为:

$$A_{K \times N} = F_{M \times K}^T \Delta C_{M \times N} = [a_1 a_2 \dots a_N]_{K \times N} \quad (9)$$

式中  $a_i$  为每个声速剖面对应的 EOF 重构系数。

## 1.2 声场数据仿真

为研究声速剖面对水下声场的影响,借助 BELLHOP 声场计算工具,基于实测声速剖面与重构声速剖面,开展深海波导下的声场仿真。为通过控制总数据量来平衡计算成本,接收位置选取同一深度、等间隔的水平距离点,可验证模型对近程至远程声传播损失的预报能力。假设环境水平均匀,其他输入参数设置如表 1 所示。

表 1 仿真环境设置

Table 1 Simulation environment settings

参数	取值
声源深度/m	1 000
信号频率/Hz	500
海底声速/(m/s)	1 600.00
海底密度/(g/cm <sup>3</sup> )	1.8
海底声衰减/(dB/λ)	0.2
接收深度/m	1 400
接收水平间隔/km	2
接收距离范围/km	10~90

BELLHOP 基于射线理论计算接收位置的声传播损失,如图 2 所示,具有显著随距离的变化特征。

## 1.3 数据归一化

为增强模型的泛化能力,本文对输入特征实施了归一化处理。对 EOF 重构系数及接收距离这 4 个输入特征,采用 Z-score 标准化方法,即:

$$\hat{X} = (X - \mu) / \sigma \quad (10)$$

式中:  $X$  为输入数据;  $\mu$  为特征均值;  $\sigma$  为特征标准差。标准化处理能消除不同物理量纲对模型训练的干扰,将特征值域压缩至标准正态分布,避免梯度消失现象。

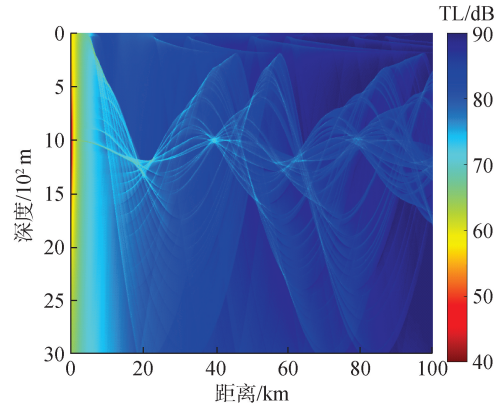


图 2 仿真声场

Fig. 2 Simulated sound field

本文中标签数据即声传播损失,大多处于 70~90 dB 的范围内,其与距离的相关性不可忽视。为避免混淆距离与声速剖面扰动对声场的影响,本文定义声场的参考值  $TL_{\bar{c}}$  为平均声速剖面(式(2)中的  $\bar{c}$ )对应的声传播损失,将不同声速剖面下的声传播损失转换为其相对  $TL_{\bar{c}}$  的偏移量:

$$\Delta TL = TL - TL_{\bar{c}} \quad (11)$$

平均声速剖面  $\bar{c}$  对应海洋环境的“统计均值状态”,其声场  $TL_{\bar{c}}$  可视为无显著水文扰动时的参考声场。 $\Delta TL$  本质上表征了声速剖面局部扰动对基准声场的修正量,且保留各距离点独立的扰动分布特征,避免破坏数据的距离相关性。

## 1.4 数据集划分

为实现训练数据对研究范围内变化特征的高效覆盖,本文提出基于 EOF 的结构化样本生成策略:通过构建三维离散网格对 EOF 系数空间进行采样,随机选取部分系数组合重构声速剖面,结合 BELLHOP 仿真生成训练样本。测试集构建分为 2 类:在 EOF 系数取值区间内随机生成未训练的样本作为域内测试集,用于评估模型泛化能力;突破训练集系数区间限制生成域外样本,验证模型在极端环境下的外推能力。

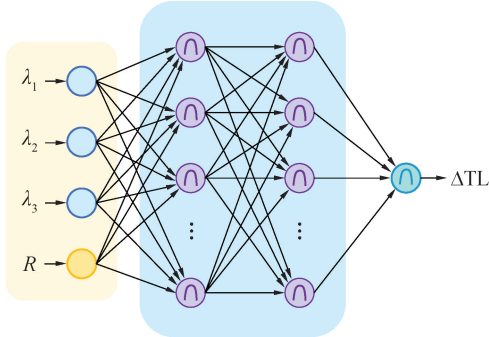
## 1.5 模型训练

FCNN 是一种深度学习模型,信息通过带权重的神经元连接从输入层经隐藏层传递至输出层,进行特征提取和计算。在 BNN 中,权重  $W$  被视为概率分布,通过训练数据学习其分布。本文模型结构如图 3 所示,输入为声速剖面的前 3 阶 EOF 特征值和接收距离,输出为接收点传播损失的相对偏移量。

假设网络权重参数为  $W$ ,服从某种先验分布  $p(W)$ ,该先验分布反映着使用者在看到观测数据之前对  $W$  的认知和假设。有观测样本  $D = X, Y$ ,其中  $X$  是输入数据,  $Y$  是对应的标签数据。在给定新的输入数据  $X^*$  和已知观测数据  $D$  的情况下,通过 BNN

预测标签  $Y^*$  的概率分布,其目标函数为:

$$P(Y^* | X^*, D) = \int P(Y^* | X^*, W) P(W | D) dW \quad (12)$$



注:  $\pi$  表示权重参数服从先验概率分布。

图 3 BNN 网络结构

Fig. 3 Network structure of BNN

由于  $W$  是随机变量,因此 BNN 的预测结果也是一个随机变量。其中:

$$P(W | D) = \frac{P(W)P(D | W)}{P(D)} \quad (13)$$

式中:后验分布  $P(W | D)$  是贝叶斯推断的核心结果之一。反映了在结合先验知识和观测数据后对参数的最新认知。似然函数  $P(D | W)$  衡量模型对观测数据的拟合程度。 $P(D)$  是边缘似然。BNN 概率建模的关键在于进行高效的后验推断近似。

直接对后验概率  $P(W | D)$  进行采样,以此来评估  $p(Y | X, D)$ , 会面临计算复杂度高的问题。此时,变分推断 (variational inference, VI) 提供了一种解决方案。通过引入参数化的简单分布 (如高斯分布) 作为变分后验,并优化其参数以逼近真实后验。BNN 通过最小化变分分布与真实后验的相对熵,使  $q(w | \theta)$  和  $P(w | D)$  尽可能接近。表示为:

$$\begin{aligned} \theta^* &= \operatorname{argmin}_{\theta} \operatorname{KL}[q(w | \theta) \| P(w | D)] = \\ &= \operatorname{argmin}_{\theta} \int q(w | \theta) \log \frac{q(w | \theta)}{P(w)P(D | w)} dw = \\ &= \operatorname{argmin}_{\theta} \operatorname{KL}[q(w | \theta) \| P(w)] - \\ &= \operatorname{E}_{q(w | \theta)} [\ln P(w | D)] \end{aligned} \quad (14)$$

式中: $q(w | \theta)$  是变分后验分布; $P(w)$  是先验分布。

明确 BNN 优化目标后,据此设计损失函数 (亦称代价函数),用于指导参数优化。FCNN 使用均方误差 (mean squared error, MSE) 损失。BNN 的损失函数则由 KL 散度和 MSE 2 部分组成。

KL 散度也称为相对熵,用于衡量 2 个概率分布之间的差异。对于离散概率分布  $P(x)$  和  $Q(x)$ , KL 散度为:

$$\mathcal{L}_{\text{KL}}(P \| Q) = \sum_x P(x) \ln \frac{P(x)}{Q(x)} \quad (15)$$

均方误差是预测值与真实值之间差异的平方平

均值。假设有  $n$  个样本,预测值为  $\hat{y}_i$ ,真实值为  $y_i$ ,其中  $i = 1, 2, \dots, n$ 。均方误差  $\mathcal{L}_{\text{MSE}}$  为:

$$\mathcal{L}_{\text{MSE}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2 \quad (16)$$

KL 散度对应于式 (14) 的第 1 项,均方误差对应于式 (14) 的第 2 项,即似然函数的负对数。二者以一定比例叠加,其表达式为:

$$\mathcal{L}_{\text{BNN}} = \alpha \mathcal{L}_{\text{KL}} + \mathcal{L}_{\text{MSE}} \quad (17)$$

式中  $\alpha$  是比例因子。

为验证 BNN 的水下声场预报能力,将其与 FCNN 在相同参数下训练对比。2 个模型均采用 4 层隐藏层结构,神经元数量分别为 1 024、2 048 和 1 024 个。训练过程中,批处理大小设定为 1 280,初始学习率为 0.001。BNN 的参数初始分布为  $N(0, 0.1^2)$ 。BNN 的概率建模特性使其输出为概率分布而非单一值,考虑到计算效率,采用变分推断优化参数并假设输出为高斯分布。预测时对输出分布多次采样,以后验均值作为预测结果。

## 2 水下声场预报模型性能对比实验

本研究环境为海深 3 078 m 的典型深海波导区域。其温盐深剖面数据来源于世界海洋地图集 (world ocean atlas, WOA)。WOA 数据通过 Del Grosso 声速公式<sup>[15]</sup> 计算转换为声速剖面,覆盖年、月等多时间尺度。其声速剖面样本如图 4(a) 所示。通过观察可知,在一年中的不同时间,该点在 0~200 m 海深范围内的声速呈较明显变化。对所有声速剖面样本进行 EOF 分解,前 3 阶 EOF 特征向量如图 4(b)~(d) 所示。前 3 阶 EOF 的方差贡献率依次为 70.15%、16.75% 和 7.07%,三者累计贡献率达到 93.97%。对原样本进行 EOF 重构,第 1、2、3 阶重构系数的变化范围如表 2 所示,表征了不同 EOF 模态对声速剖面重构的贡献程度。将原始与重构声速剖面作为环境参数输入 BELLHOP 进行声场计算 (其余设置如表 1),得到如图 5 所示的传播损失误差时空分布。结果表明,在少数情况下远距离声场误差在 3 dB 左右,大多数情况下的误差均保持在较低水平。声速剖面在短周期内存在局部扰动,长周期内呈现显著季节变化。为对比模型在不同时间跨度下的表征能力,本文基于同一组 EOF 基底,取 2 组不同的 EOF 系数取值范围作为训练集 (见表 3),该取值范围参考了 3 阶 EOF 模态的方差贡献率,其中训练集 2 完全覆盖了表 2 的 EOF 系数变化范围。

训练集 1 称为低变幅声速剖面样本集,代表了相对于平均声速剖面  $\bar{C}$  变化很小的声速剖面样本集;训练集 2 称为高变幅声速剖面样本集,包含大量声速剖面变化更为显著的样本。

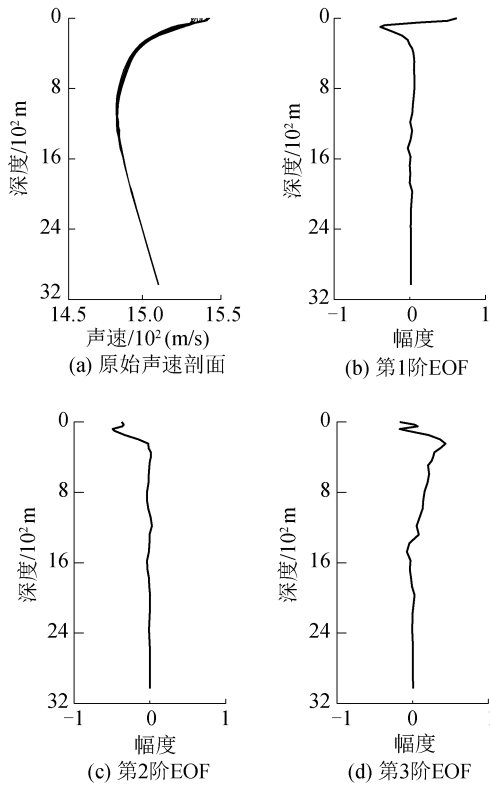


图 4 声速剖面样本及分解结果

Fig. 4 Sample sound speed profile and decomposition results

表 2 EOF 重构系数的变化范围

Table 2 Range of the EOF reconstruction coefficients

EOF 模式阶数	最小值	最大值
1	-9.634 7	7.190 5
2	-4.633 8	4.218 6
3	-3.473 5	3.392 6

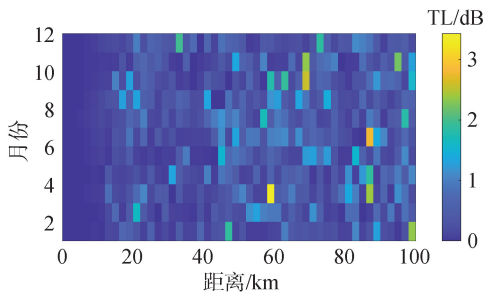


图 5 基于 EOF 重构声速剖面的声场计算误差时空分布

Fig. 5 Spatio-temporal distribution of sound field computation errors based on EOF reconstruction of sound speed profiles

表 3 2 个训练集的 EOF 系数取值范围

Table 3 Value ranges of EOF coefficients for two training sets

训练集序号	第 1 阶 EOF 取值范围	第 2 阶 EOF 取值范围	第 3 阶 EOF 取值范围
1	[-2, 2]	[-1, 1]	[-0.8, 0.8]
2	[-10, 8]	[-5, 5]	[-3.5, 3.5]

### 2.1 低变幅声速剖面下的模型对比实验

在表 3 的 EOF 系数范围内,以 0.1 为步长建立三维离散网格,随机选取 4 940 个样本作为训练集(覆盖网格空间 33.75%)。基于表 1 参数计算接收点声传播损失,生成含 202 540 条数据的训练集。实验重点考察模型在已知范围内的内推能力。

学习曲线(见图 6)显示,FCNN 与 BNN 均实现高精度拟合,但收敛过程不同:FCNN 经过 800 个训练周期即收敛至较稳定状态,训练集均方误差降至 0.034 3;BNN 经过 1 600 个训练周期收敛稳定,对应均方误差为 0.056 3。FCNN 在低复杂度场景收敛更快;而 BNN 受 KL 损失项约束,需动态调整比例因子  $\alpha$  优化参数。结果表明,当训练数据特征变化较小时,FCNN 的建模效率优于 BNN。

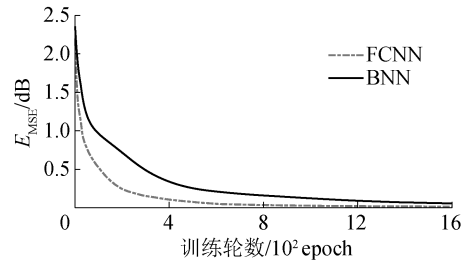


图 6 FCNN 和 BNN 的学习曲线

Fig. 6 Learning curves of FCNN and BNN

表 4 列出了模型在训练范围内随机 10 000 组样本上的平均预报误差。在低变幅环境中,FCNN 与 BNN 预报精度相当。BNN 因目标为最大化后验概率(非凸优化)且参数更多,拟合度略低于 FCNN。

表 4 模型在训练集 1 内随机样本的预报误差

Table 4 Prediction errors for samples within training set 1

模型名称	平均绝对误差/ $10^{-2}$	标准差/ $10^{-3}$
FCNN	9.33	357.9
BNN	9.85	352.5

### 2.2 高变幅声速剖面下的模型对比试验

在表 3 范围内,以 0.1 为步长建立网格,随机选取 500 000 个样本作为训练集(覆盖 33.77%),基于表 1 参数计算接收点声传播损失,生成含 20 500 000 条数据的训练集。

图 7 展示了 BNN 损失构成(KL 散度与 MSE)的动态变化。由于数据体量较为庞大,本文参考 KL 重加权理论<sup>[13]</sup>,采用动态调整 KL 散度权重的策略。训练时,前 300 轮使用较高的比例因子  $\alpha$ (取 0.1),确保模型在参数空间的充分探索。训练 300 轮后,当损失曲线趋于平缓,降低  $\alpha$  的取值(本文取 0.05),允许模型更多依赖实际数据调整参数。

图 8 的学习曲线显示,FCNN 与 BNN 损失函数较早出现收敛转折点,所需训练周期相近。结

合图 7 来看,二者收敛稳定后的均方误差均高于 0.25,陷入了性能提升的“瓶颈”。这是因为大量数据样本中包含的模式和变化更多,模型学习能力受到限制,仅能捕捉到主要趋势和关系,难以寻找使每个点的预报误差都维持在极低水平的最优参数组合。

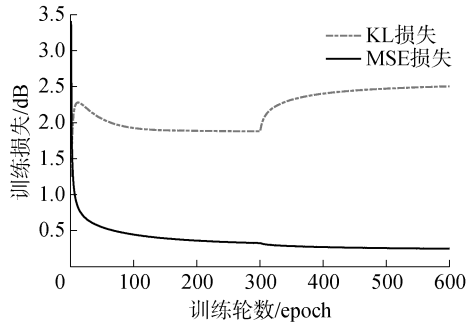


图 7 BNN 的损失项变化曲线

Fig.7 Variation curve of the loss term in BNN

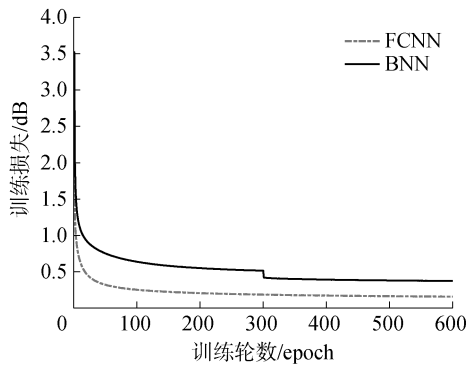


图 8 FCNN 和 BNN 的学习曲线

Fig.8 Learning curve of FCNN and BNN

模型在训练范围内随机生成 10 000 组 EOF 系数并预报声传播损失的平均计算误差如表 5 所示。实验结果表明,模型预报声传播损失的平均绝对误差均控制在 0.2 dB 以内,BNN 的预报精度略优。2 个模型都有效地捕捉了离散样本的特征,并外推至 EOF 重构系数变化的整个范围。

表 5 模型在训练集 2 内随机样本的预报误差

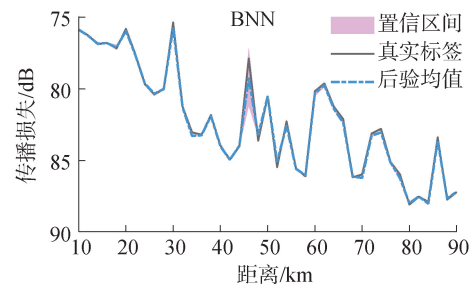
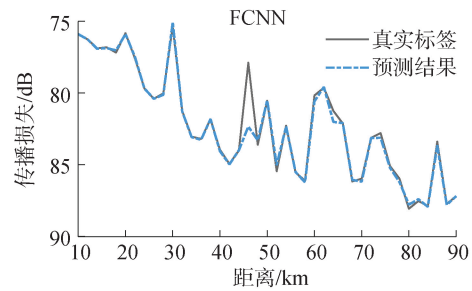
Table 5 Prediction errors for samples within training set 2

模型名称	平均绝对误差	标准差
FCNN	0.194 78	0.442 32
BNN	0.182 96	0.425 33

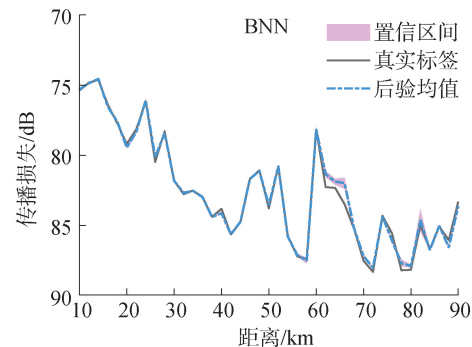
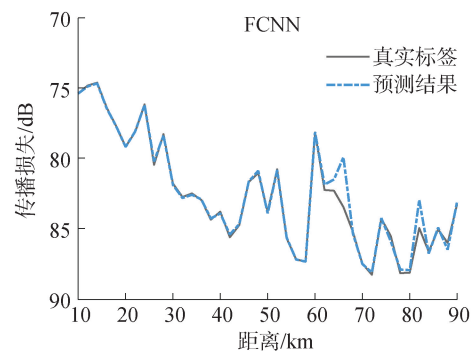
图 9 展示了部分测试样本的预测结果对比(BNN 取 50 次采样均值,阴影区域为 95%置信区间)。

FCNN 在部分点预测偏差显著,而 BNN 预测结果更接近真值,且在误差较大区域置信区间更宽,误差较小区域置信区间收窄,有效指示预测可信度,验证了其不确定性量化能力。为验证模型在声速剖面显著偏离平均状态时的外推能力,设计 2 个域外测

试集如表 6 所示。表 7 列出了模型在域外测试集 1 和 2(各 10 000 随机样本)的平均绝对误差。实验结果表明,相较于 FCNN,BNN 在 2 个域外测试集上均展现出更优的预报性能。并且,随着测试样本与平均声速剖面  $\bar{C}$  的差异增大,BNN 在预报精度上的提升幅度更为显著。



(a) 第 1 组声场预报结果对比  
 $\lambda = [3.291 7, 2.821 5, 2.298 8]$



(b) 第 2 组声场预报结果对比  
 $\lambda = [-9.120 3, -4.243 6, -0.392 74]$

图 9 模型在训练范围内的预测结果

Fig.9 Prediction results of models in the training range

图 10 展示了域外测试集 2 中部分样本的预测结果(BNN 取 50 次采样均值,阴影区域为 95%置信

区间)。BNN 预测值较 FCNN 更接近真值,且通过端到端建模实现 TL 不确定性量化,输出概率分布,相比传统单点估计提供更丰富信息,利于评估声场波动。其原理与传统贝叶斯蒙特卡罗方法<sup>[16-17]</sup>基本一致,且可直接输出包含不确定性的预报结果。如图 11 所示,以平均声速剖面  $\bar{C}$  为例,BNN 计算 4 个距离的 TL 概率密度,中位数接近 0 dB 真值,且分布随距离具有显著变化。受算力和训练周期限制,本文采用变分推断并假设输出为高斯分布。实际 TL 分布可能呈非高斯特性,采用蒙特卡罗方法可更贴近真实分布。

表 6 2 个域外测试集的 EOF 系数取值范围

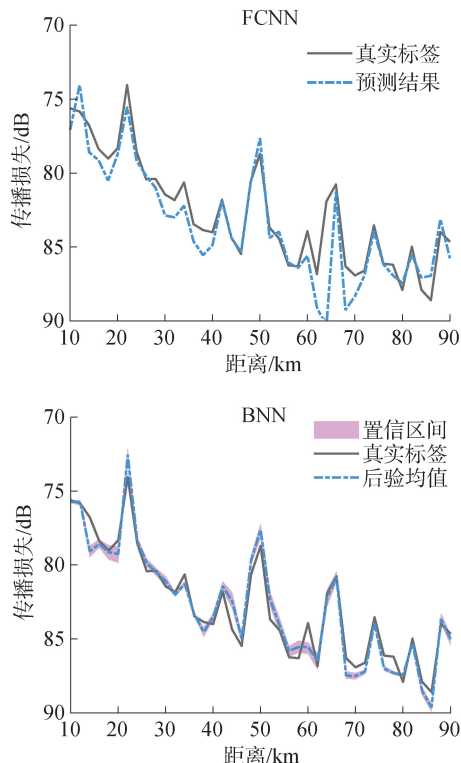
Table 6 Value ranges of EOF coefficients for two test sets

测试集 序号	第 1 阶 EOF 取值范围	第 2 阶 EOF 取值范围	第 3 阶 EOF 取值范围
测试集 1	[-11, -10] [8, 9]	[-5.5, -5] [5, 5.5]	[-3.75, -3.5] [3.5, 3.75]
测试集 2	[-12, -10] [8, 10]	[-6, -5] [5, 6]	[-4, -3.5] [3.5, 4]

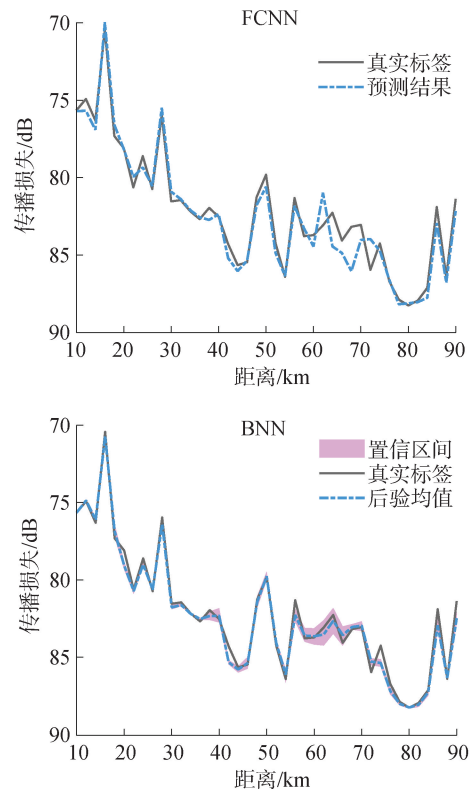
表 7 模型在域外测试集上的平均绝对误差

Table 7 Mean absolute error of models on test sets

模型名称	域外测试集 1	域外测试集 2
FCNN	0.872 5	1.660 6
BNN	0.824 5	1.524 3



(a) 第 1 组声场预报结果对比  
 $\lambda = [8.1359, 5.8224, -3.5866]$



(b) 第 2 组声场预报结果对比  
 $\lambda = [-10.3774, -5.5046, 3.7602]$

图 10 模型在训练范围外的预测结果

Fig. 10 Prediction results of models outside the training range

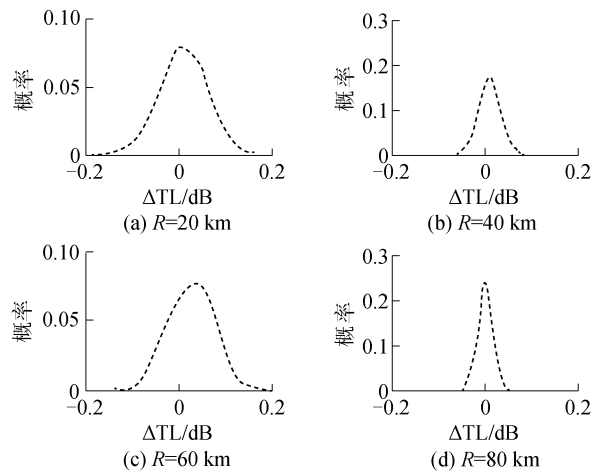


图 11 4 个接收距离上的预报概率密度

Fig. 11 Forecast probability density at 4 reception distances

综合实验结果表明:FCNN 更适用于声速剖面差异小、适用范围窄且标签数据充足的情形,因其参数量少、训练简单,在训练范围内学习高效;BNN 更适用于声速剖面差异显著、适用范围广或标签数据覆盖不足的情形,因其鲁棒性与推理能力更强,在训练范围外性能更优,并能输出有效覆盖真值的置信区间。此外,2 种模型都可以设计具有物理意义的神经网络结构和损失函数,实现物理信息向模

型的嵌入。当前,将贝叶斯推断与物理信息神经网络相结合,已成为人工智能应用的研究热点。

### 3 结论

1) 通过 EOF 对声速剖面进行特征分解,结合 BNN 的概率建模能力,实现了端到端的声传播损失确定性预报与不确定性量化。在声速剖面差异显著的高变幅环境中,BNN 的域内外预报误差均低于 FCNN。

2) BNN 输出的 95% 置信区间能有效覆盖真值,在误差较大区域展宽、低误差区域收窄,验证了不确定性量化可靠性。

3) 相比仅针对单一环境的数据驱动模型,本方法通过 EOF 生成多样化样本,显著提升了对声速剖面季节性变化和随机变化的适应性。

针对可解释性上的不足,可进一步探索 BNN 与物理约束的深度融合,并结合观测数据动态更新参数分布,以实现更精准的水下声场实时预报。

### 参考文献:

- [1] 李启虎. 水声学研究进展[J]. 声学学报, 2001, 26(4): 295-301.  
LI Qihu. Advances of research work in underwater acoustics[J]. Acta acustica, 2001, 26(4): 295-301.
- [2] MALLIK W, JAIMAN R K. Predicting transmission loss in underwater acoustics using convolutional recurrent autoencoder network[J]. The journal of the acoustical society of America, 2022, 152(3): 1627.
- [3] WANG Haitao, PENG Shiwei, HE Qunyi, et al. Predicting underwater acoustic transmission loss in the SOFAR channel from ray trajectories via deep learning[J]. JASA express letters, 2024, 4(5): 056001.
- [4] MA Fei, ZHAO Sipei, BURNETT I S. Sound field reconstruction using a compact acoustics-informed neural network[J]. The journal of the acoustical society of America, 2024, 156(3): 2009-2021.
- [5] MCCARTHY R A, MERRIFIELD S T, SARKAR J, et al. Reduced-order machine-learning model for transmission loss prediction in underwater acoustics[J]. IEEE journal of oceanic engineering, 2023, 48(4): 1149-1173.
- [6] LI Kexin, CHITRE M. Data-aided underwater acoustic ray propagation modeling[J]. IEEE journal of oceanic engineering, 2023, 48(4): 1127-1148.
- [7] YOON S, PARK Y, GERSTOFT P, et al. Predicting ocean pressure field with a physics-informed neural network[J]. The journal of the acoustical society of America, 2024, 155(3): 2037-2049.
- [8] DUAN Jie, ZHAO Hangfang, SONG Jinbao. Spatial domain decomposition-based physics-informed neural networks for practical acoustic propagation estimation under ocean dynamics[J]. The journal of the acoustical society of America, 2024, 155(5): 3306-3321.
- [9] 沈远海, 马远良, 屠庆平, 等. 浅水声速剖面用经验正交函数(EOF)表示的可行性研究[J]. 应用声学, 1999, 18(2): 21-25.  
SHEN Yuanhai, MA Yuanliang, TU Qingping, et al. Feasibility of description of the sound speed profile in shallow water via empirical orthogonal functions (EOF) [J]. Applied acoustics, 1999, 18(2): 21-25.
- [10] 沈远海, 马远良, 屠庆平. 声速剖面的分层经验正交函数表示[J]. 西北工业大学学报, 2000, 18(1): 90-93.  
SHEN Yuanhai, MA Yuanliang, TU Qingping. On expression of ocean sound profile by layered empirical orthogonal function (EOF) [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2000, 18(1): 90-93.
- [11] 何利, 李整林, 张仁和, 等. 东中国海声速剖面的经验正交函数表示与匹配场反演[J]. 自然科学进展, 2006, 16(3): 351-355.  
HE Li, LI Zhenglin, ZHANG Renhe, et al. Empirical orthogonal function representation and matched field inversion of sound velocity profile in East China Sea [J]. Progress in natural science, 2006, 16(3): 351-355.
- [12] NEAL R M. Bayesian learning for neural networks[M]. New York, NY: Springer New York, 1996.
- [13] BLUNDELL C, CORNEBISE J, KAVUKCUOGLU K, et al. Weight uncertainty in neural networks [C]//In Proceedings of the 32nd International Conference on Machine Learning. Lille, 2015: 1613-1618.
- [14] 黄欣, 徐荣武, 李瑞彪. 基于神经网络的船舶辐射噪声预报方法[J]. 船舶力学, 2025, 29(3): 486-496.  
HUANG Xin, XU Rongwu, LI Ruibiao. Ship radiation noise prediction method based on neural network [J]. Journal of ship mechanics, 2025, 29(3): 486-496.
- [15] DEL GROSSO V A. New equation for the speed of sound in natural waters (with comparisons to other equations) [J]. The journal of the acoustical society of America, 1974, 56(4): 1084-1091.
- [16] GERSTOFT P, HUANG C F, HODGKISS W S. Estimation of transmission loss in the presence of geoacoustic inversion uncertainty[J]. IEEE journal of oceanic engineering, 2006, 31(2): 299-307.
- [17] HUANG Chenfen, GERSTOFT P, HODGKISS W S. Uncertainty analysis in matched-field geoacoustic inversions [J]. The journal of the acoustical society of America, 2006, 119(1): 197-207.

### 本文引用格式:

蒋方冰, 吴金荣, 侯倩男, 等. 基于经验正交函数和贝叶斯神经网络的水下声场预报研究[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2025, 46(8): 1508-1515.  
JIANG Fangbing, WU Jinrong, HOU Qiannan, et al. Underwater sound field prediction based on empirical orthogonal function and Bayesian neural network[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2025, 46(8): 1508-1515.